

## Statistički testovi i usporedba brojčanih podataka između dvije skupine

Mladen Petrovečki



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Ponavljanje

- $N = 120$
- $k_F = 69\% = 83$
- $k_R = 87\% = 104$



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Ponavljanje: raspon pouzdanosti

- $N = 120$
- $k_F = 69\% = 83$
- $k_R = 87\% = 104$
- <http://faculty.vassar.edu/lowry/vsprops.html>



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Ponavljanje: raspon pouzdanosti

- $N = 120$
- $F(\text{umor}) = 69 (60 - 77)\%$
- $R(\text{elastičnost}) = 87\% (79 - 92)\%$



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Ponavljanje: raspon pouzdanosti

- $N = 120$
- $F(\text{umor}) = 69 (60 - 77)\%$
- $R(\text{elastičnost}) = 87\% (79 - 92)\%$
- kontrolna skupina:
  - $N = 24 (\text{umor})$
  - $k = 10$
  - <http://faculty.vassar.edu/lowry/vsprops.html>



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Ponavljanje: raspon pouzdanosti

- $N = 120$
- $F(\text{umor}) = 69 (60 - 77)\%$
- $R(\text{elastičnost}) = 87\% (79 - 92)\%$
- kontrolna skupina:
  - $N = 24$
  - $k = 10 = 42 (25 - 61)\%$
  - <http://faculty.vassar.edu/lowry/vsprops.html>



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Usporedba mjerenja: dvije skupine

- temeljno pitanje: je li to jednako?
  - je li to isto?
  - ili nije?
  - ili je različito?
  - postoje li sličnosti?
  - postoje li razlike?



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Temeljno pitanje – ima li razlike?



Nema razlike!



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Hipoteza

- *hypothesis* (grč.) – B. Kljaić, V. Anić
  - podloga, osnova; izgovor, izlika
  - pretpostavka postavljena da se tumači neka pojava, treba je dokazati da bi postala vjerodostojna
  - domisao, nagađanje
  - sud kome se mora dokazati istinitost da bi se njime objasnile neke činjenice
- znanstvena pretpostavka



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Statistička hipoteza (1/2)

1. **elementarna tvrdnja** o nekoj osobini populacije  
(znanstvena h.  $\Rightarrow$  statistička h.)
2. točna (istinita) ili netočna (neistinita)
3. testiranje hipoteze  $\Rightarrow$  **traženje istine**



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Statistička hipoteza (2/2)

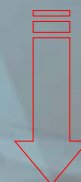
4. istina  $\Rightarrow$  stvarno, objektivno stanje
5. probabilistički sustav:  
istina  $\Rightarrow$  **vjerojatnost**
6. značajno – ono što se ostvaruje na svaki drugi način osim slučajno:  
iskaz vjerojatnosti  $\Rightarrow$  **razina značajnosti**



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Testiranje statističke hipoteze

- A. postavljanje hipoteze
- B. odabir statističkog testa
- C. određivanje razine značajnosti
- D. izračun statistike testa
- E. zaključak



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## A. Postavljanje hipoteze

- nulta hipoteza (nul-hipoteza)



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## A. Postavljanje hipoteze

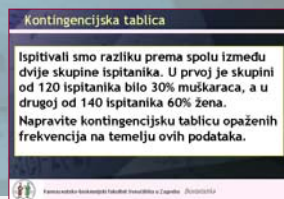
- nulta hipoteza (nul-hipoteza,  $H_0$ )
  - razlike nema
- alternativna hipoteza ( $H_1$ )
  - razlika postoji



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## B. odabir statističkog testa

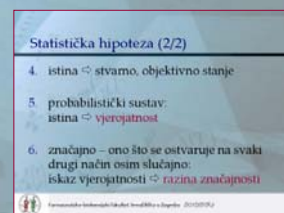
- vrsta podataka
  - brožani
  - kategorički
- veličina uzorka
- povezanost skupina
- itd.
- primjer:  $\chi^2$ -test  $\Rightarrow$



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## C. Određivanje razine značajnosti

- razina značajnosti
- mjera pogreške tijekom zaključivanja
- iskazuje se vjerojatnošću  $P$



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Pogreške testiranja hipoteze

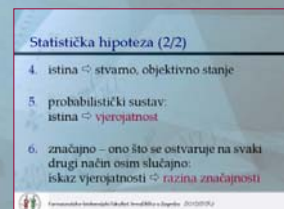
PRAVO STANJE		ZAKLJUČENO
RAZLIKA POSTOJI ( $H_1$ )	RAZLIKA NE POSTOJI ( $H_0$ )	
ISPRAVAN ZAKLJUČAK	$\alpha$ -pogreška (I. vrste) (odbaciti $H_0$ )	RAZLIKA POSTOJI
$\beta$ -pogreška (II. vrste)	ISPRAVAN ZAKLJUČAK (prihvatiti $H_0$ )	RAZLIKE NEMA



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## C. Određivanje razine značajnosti

- razina značajnosti
- mjera pogreške tijekom zaključivanja
- iskazuje se vjerojatnošću  $P$
- $P < \alpha$



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

$\alpha = ?$

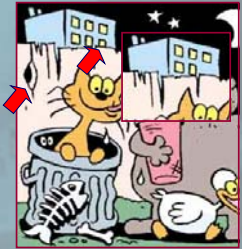
- uobičajena vrijednost:
  - $\alpha = 0,05$
  - $\alpha = 5\%$
- što manja
- moguće i manje:
  - $\alpha = 0,01$
  - $\alpha = 0,005$



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

A što je  $\beta$ ?

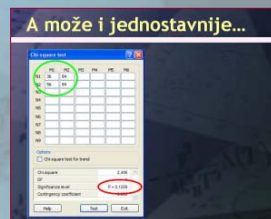
- tvrdnja da nema razlike kad ona stvarno postoji
- bolje što je manja:  
 $\beta = 0,2$  (ili manje)
- općenito:  
 $\beta \geq \alpha$
- statistička snaga testa:  
 $100 \times (1 - \beta)\%$



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

#### D. Izračun statistike testa

- specifična vrijednost testa
  - $\chi^2$ , t, h, z...
- P vrijednost



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

#### E. zaključak: $P < \alpha$

- statističke pogriješke:  $\alpha \Rightarrow$  "zaključujemo da postoji razlika, a razlike nema"
- $P$  je manji od *graničnoga*, dakle...
- mala je vjerojatnost da pogrešno zaključujemo  $\Rightarrow$  zaključak je ispravan
- odbacujemo nultu h. ("nema razlike")
- prihvaćamo alternativnu:  
**razlika postoji**



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

#### E. zaključak: $P \geq \alpha$

- statističke pogriješke:  $\alpha \Rightarrow$  "zaključujemo da postoji razlika, a razlike nema"
- $P$  je veći ili jednak *graničnome*, dakle...
- vjerojatnost pogrešnog zaključivanja nije dovoljno mala
- prihvaćamo nultu hipotezu:  
**razlike nema**



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

#### Ponovimo!

Testiranje statističke hipoteze

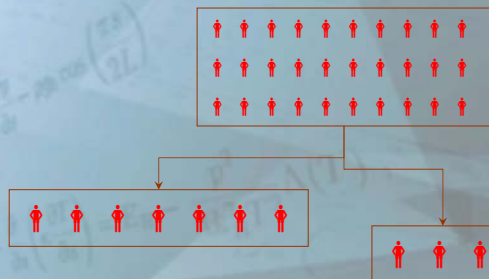
- postavljanje hipoteze
- odabir statističkog testa
- određivanje razine značajnosti
- izračun statistike testa
- zaključak



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika



## Brojčani podaci; dvije skupine



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Primjer 1

- Izmjerena je koncentracija hemoglobina u krvi u 117 muškaraca i 195 žena.
- Pitanje: ovisi li vrijednost hemoglobina o spolu?



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Primjer 1

Sample 1		
Variable	HB	
Select	SPOL=1	
Sample 2		
Variable	HB	
Select	SPOL=2	
	Sample 1	Sample 2
Sample size	117	195
Arithmetic mean	147,6667	133,1128
95% CI for the mean	145,3348 to 149,9985	131,7336 to 134,4920
Variance	162,1724	95,3563
Standard deviation	12,7347	9,7652
Standard error of the mean	1,1773	0,6993



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Primjer 1

- $H_0$ : nema razlike
- test!

- postavljanje hipoteze
- odabir statističkog testa
- određivanje razine značajnosti
- izračun statistike testa
- zaključak

ODABIR TESTA	veliki uzorci normalna raspodjela (parametrijski testovi)	mali uzorci nenormalna raspodjela (neparam. testovi)
nevezani uzorci	t-test	Mann-Whitneyjev test
vezani uzorci (uzorci parova)	parni t-test	Wilcoxonov test parova



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Primjer 1

- $H_0$ : nema razlike
- t-test
- ( $\alpha = 0,05$ )
- izračun...

- postavljanje hipoteze
- odabir statističkog testa
- određivanje razine značajnosti
- izračun statistike testa
- zaključak

T-test (assuming equal variances)	
Difference	-14,5538
Standard Error	1,2829
95% CI of difference	-17,0702 to -12,0295
Test statistic t	-11,344
Degrees of Freedom (DF)	310
Two-tailed probability	P = 0,0001



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Primjer 1

- $H_0$ : nema razlike
- t-test
- ( $\alpha = 0,05$ )
- izračun...
- zaključak:  
 $P < \alpha$ ;  $H_0$  odbacujemo,  $\Rightarrow H_1$
- skupine se razlikuju ( $P < 0,001$ )

- postavljanje hipoteze
- odabir statističkog testa
- određivanje razine značajnosti
- izračun statistike testa
- zaključak

T-test (assuming equal variances)	
Difference	-14,5538
Standard Error	1,2829
95% CI of difference	-17,0702 to -12,0295
Test statistic t	-11,344
Degrees of Freedom (DF)	310
Two-tailed probability	P = 0,0001



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Primjer 2

- Određena je vrijednost hemoglobina u krvi u 117 muškaraca na početku i na kraju liječenja.
- Pitanje: ovisi li koncentracija hemoglobina o trenutku mjerenja?



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Primjer 2

Sample 1		
Variable	HB	
Select	SPOL=1	
Sample 2		
Variable	HBPOST	
Select	SPOL=1	
	Sample 1	Sample 2
Sample size	117	117
Arithmetic mean	147.6667	127.1111
95% CI for the mean	145.3348 to 149.9985	124.4076 to 129.8147
Variance	162.1724	217.9862
Standard deviation	12.7347	14.7647
Standard error of the mean	1.1773	1.3650



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Primjer 2

- postavljanje hipoteze
- odabir statističkog testa
- određivanje razine značajnosti
- izračun statistike testa
- zaključak

ODABIR TESTA	veliki uzorci normalna raspodjela (parametrijski testovi)	mali uzorci nenormalna raspodjela (neparam. testovi)
nevezani uzorci	t-test	Mann-Whitneyjev test
vezani uzorci (uzorci parova)	parni t-test	Wilcoxonov test parova



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Primjer 2

- $H_0$ : nema razlike
- parni t-test
- ( $\alpha = 0,05$ )
- izračun

Mean difference	-20.5556
Standard deviation	15.1310
95% CI	-23.3244 to -17.7868
Test statistic t	-14.704
Degrees of Freedom (DF)	116
Two-tailed probability	P = 0.0001

- zaključak:  
 $P < \alpha$ ;  $H_0$  odbacujemo,  $\Rightarrow H_1$
- skupine se razlikuju ( $P < 0,001$ )



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Primjer 3

- Izmjerena je koncentracija IL8 u krvi u trideset bolesnika s operacijom na otvorenom srcu, i to tri i šest sati nakon početka operacije. Deset je bolesnika bilo u hipotermiji.
- Pitanje: ovisi li koncentracija IL8 (početno mjerenje) o hipotermiji?



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Primjer 3

Sample 1		
Variable	IL8H3	
Select	hipoterm = 0	
Sample 2		
Variable	IL8H3	
Select	hipoterm = 1	
	Sample 1	Sample 2
Sample size	20	10
Lowest value	31.2000	31.2000
Highest value	360.0000	450.0000
Median	80.0000	114.5000
95% CI for the median	60.0000 to 215.5415	36.3560 to 338.8803
Interquartile range	60.0000 to 215.0000	48.0000 to 210.0000



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

### Primjer 3

- A. postavljanje hipoteze
- B. odabir statističkog testa
- C. određivanje razine značajnosti
- D. izračun statistike testa
- E. zaključak

ODABIR TESTA	veliki uzorci normalna raspodjela (parametrijski testovi)	mali uzorci nenormalna raspodjela (neparam. testovi)
nevezani uzorci	t-test	Mann-Whitneyjev test
vezani uzorci (uzorci parova)	parni t-test	Wilcoxonov test parova



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

### Primjer 3

- A. postavljanje hipoteze
- B. odabir statističkog testa
- C. određivanje razine značajnosti
- D. izračun statistike testa
- E. zaključak

- $H_0$ : nema razlike
- Mann-Whitneyjev test
- ( $\alpha = 0,05$ )
- izračun

Average rank of first group	15,2250
Average rank of second group	16,0500
Large sample test statistic Z	0,241968
Two-tailed probability	P = 0,8088

- zaključak:  
 $P > \alpha$ ;  $H_0$  prihvaćamo;  $\Rightarrow H_0$
- skupine se ne razlikuju ( $P=0,809$ )



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

### Primjer 4

- Izmjerena je koncentracija IL8 u krvi u tridesetoro bolesnika s operacijom na otvorenom srcu, i to tri i šest sati nakon početka operacije. Deset je bolesnika bilo u hipotermiji.
- Pitanje: je li tijekom operacije nastupila promjena koncentracije IL8?



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

### Primjer 4

Sample 1		
Variable	IL8H3	
Sample 2		
Variable	IL8H6	
	Sample 1	Sample 2
Sample size	30	30
Lowest value	31,2000	31,2000
Highest value	450,0000	180,0000
Median	92,0000	52,5000
95% CI for the median	60,7856 to 184,4684	41,9640 to 80,0000
Interquartile range	60,0000 to 210,0000	38,0000 to 80,0000



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

### Primjer 4

- A. postavljanje hipoteze
- B. odabir statističkog testa
- C. određivanje razine značajnosti
- D. izračun statistike testa
- E. zaključak

ODABIR TESTA	veliki uzorci normalna raspodjela (parametrijski testovi)	mali uzorci nenormalna raspodjela (neparam. testovi)
nevezani uzorci	t-test	Mann-Whitneyjev test
vezani uzorci (uzorci parova)	parni t-test	Wilcoxonov test parova



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

### Primjer 4

- A. postavljanje hipoteze
- B. odabir statističkog testa
- C. određivanje razine značajnosti
- D. izračun statistike testa
- E. zaključak

- $H_0$ : nema razlike
- Wilcoxonov parni test
- ( $\alpha = 0,05$ )
- izračun

Number of positive differences	3
Number of negative differences	26
Large sample test statistic Z	4,378648
Two-tailed probability	P = 0,0001

- zaključak:  
 $P < \alpha$ ;  $H_0$  ne prihvaćamo;  $\Rightarrow H_1$
- skupine se razlikuju ( $P<0,001$ )



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Biostatistika

## Pitanja P5

1. Što je hipoteza? Zašto se mora testirati?
2. Znanstvena i statistička hipoteza.
3. Nulta i alternativna hipoteza.
4. Testiranje statističke hipoteze.
5. Koje su statističke pogreške testiranja hipoteze i po čemu se razlikuju?
6. Koje je značenje snage statističkoga testa?
7. Što je razina značajnosti?
8. Statistički testovi za usporedbu brojčanih mjerenja između dvije velike skupine ispitanika.
9. Statistički testovi za usporedbu brojčanih mjerenja između dvije male skupine ispitanika.
10. Statistički testovi za usporedbu brojčanih mjerenja između dvije povezane skupine ispitanika (mjerenja parova).

